

**PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA:
O ALGORITMO 'BRANCH AND BOUND'**

- 1 -

Considere o seguinte problema de PLI:

Minimizar $F = 2X + 3Y$

sujeito a

$$\begin{aligned} X + Y &\geq 3 \\ X + 3Y &\geq 6 \end{aligned}$$

$$X, Y \geq 0 \text{ e inteiras}$$

Resolva o problema, utilizando o Algoritmo 'Branch and Bound'.

Nota: para cada subproblema, resolva graficamente a sua relaxação.

(Hillier e Lieberman)

- 2 -

Considere o seguinte problema de PLI:

Maximizar $F = 3X + 2Y + 1Z$

sujeito a:

$$\begin{aligned} 1X + 1Y + 3Z &\leq 150 \\ 1X + 1Y - 1Z &\leq 100 \\ 3X - 1Y + 1Z &\leq 100 \end{aligned}$$

$$X, Y, Z \geq 0 \text{ e inteiros.}$$

A Relaxação Linear deste problema corresponde o seguinte quadro óptimo do Simplex.

	X	Y	Z	F1	F2	F3	
X	1	0	0	0	1/4	1/4	50
Y	0	1	0	1/4	2/4	-2/4	62,5
Z	0	0	1	2/4	-2/4	0	12,5
F	0	0	0	3/4	6/4	1/4	287,5

Resolva o problema, utilizando o Algoritmo 'Branch and Bound'.

Nota: Poderá recorrer a <http://www.programacionlineal.net/simplex.html>

- 3 - Considere o seguinte problema de PLI:

Maximizar $F = 5X + 4Y + 4Z + 2V$

sujeito a

$$1X + 3Y + 2Z + 1V \leq 10$$

$$5X + 1Y + 3Z + 2V \leq 15$$

$$1X + 1Y + 1Z + 1V \leq 6$$

$X, Y, Z, V \geq 0$ e X, Y, Z inteiras

Resolva o problema, utilizando o Algoritmo 'Branch and Bound'.

(Hillier e Lieberman)

- 4 - Considere o seguinte problema de PLI:

Maximizar $F = 2X - 1Y + 5Z - 3U + 4V$

sujeito a

$$3X - 2Y + 7Z - 5U + 4V \leq 6$$

$$1X - 1Y + 2Z - 4U + 2V \leq 0$$

X, Y, Z, U, V binárias

Resolva o problema, utilizando o Algoritmo 'Branch and Bound'.

(Hillier e Lieberman)

- 5 -

Considere o problema de PLI seguinte:

Maximizar $F = 5X + 4Y + 5Z$

sujeito a

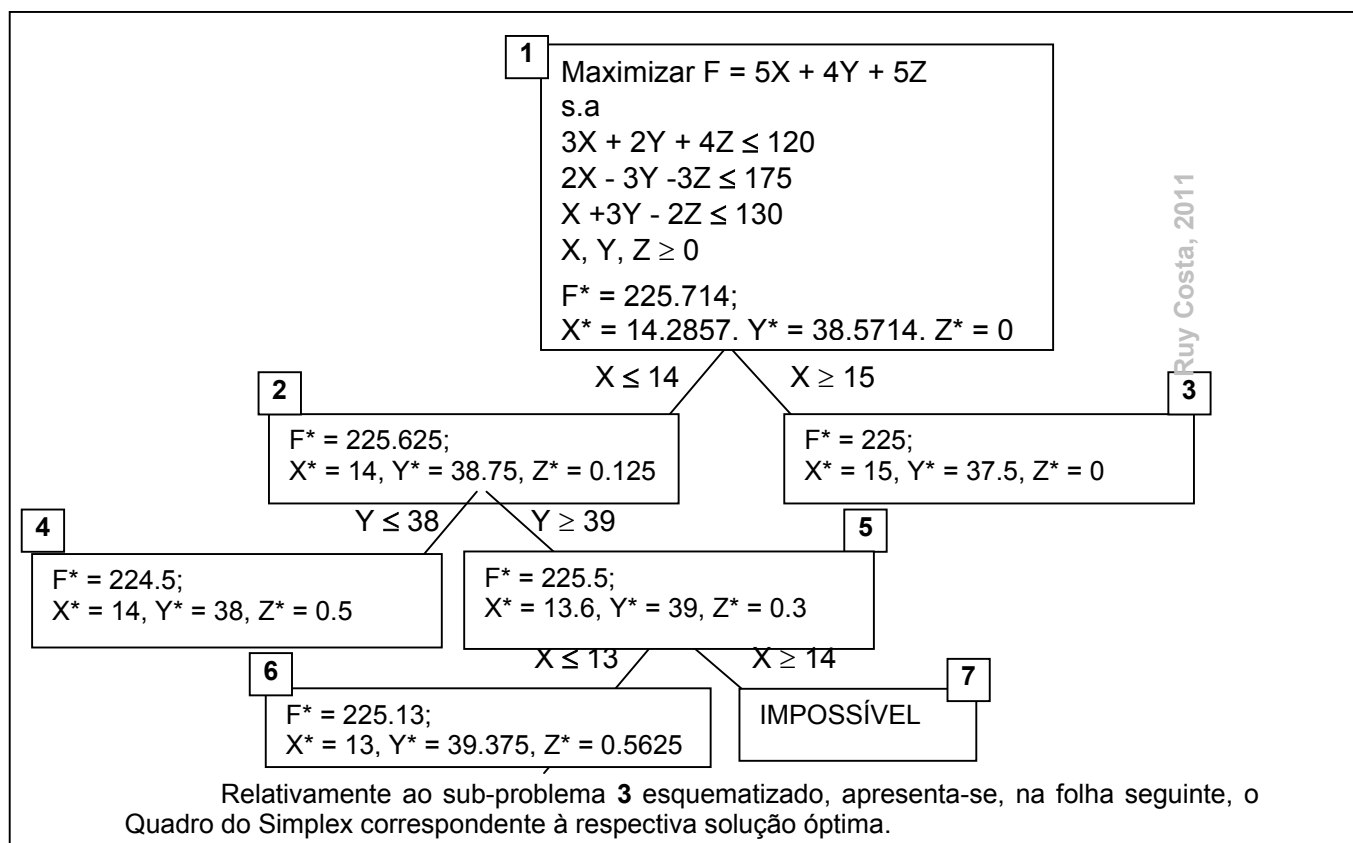
$$3X + 2Y + 4Z \leq 120$$

$$2X - 3Y - 3Z \leq 175$$

$$X + 3Y - 2Z \leq 130$$

$X, Y, Z \geq 0$ e inteiras

e o início da correspondente resolução pelo Algoritmo Branch and Bound:



Probl.3	X	Y	Z	F1	F2	F3	F4		TI
Y	0	1	2	1/2	0	0	3/2		75/2
F2	0	0	3	3/2	1	0	13/2		515/2
F3	0	0	-8	-3/2	0	1	-7/2		5/2
X	1	0	0	0	0	0	-1		15
F	0	0	3	2	0	0	1		225

- a) Indique, justificando sucintamente, um limite superior para o valor óptimo de F.
- b) Admita que pode ramificar apenas um dos subproblemas. Indique que subproblema escolheria para ramificar e qual(ais) a(s) nova(s) restrição(ões) que seria(m) utilizada(s) para proceder à ramificação. Justifique sucintamente.
- c) Ramifique o subproblema **3**. **Resolva apenas O novo subproblema resultante da introdução de uma restrição de tipo \leq , utilizando os quadros do Simplex disponíveis na folha anexa e analise a solução obtida.**

- 6 -

Considere o problema de PLI seguinte:

Maximizar $F = 3X + 2Y + Z + 4W$
 sujeito a

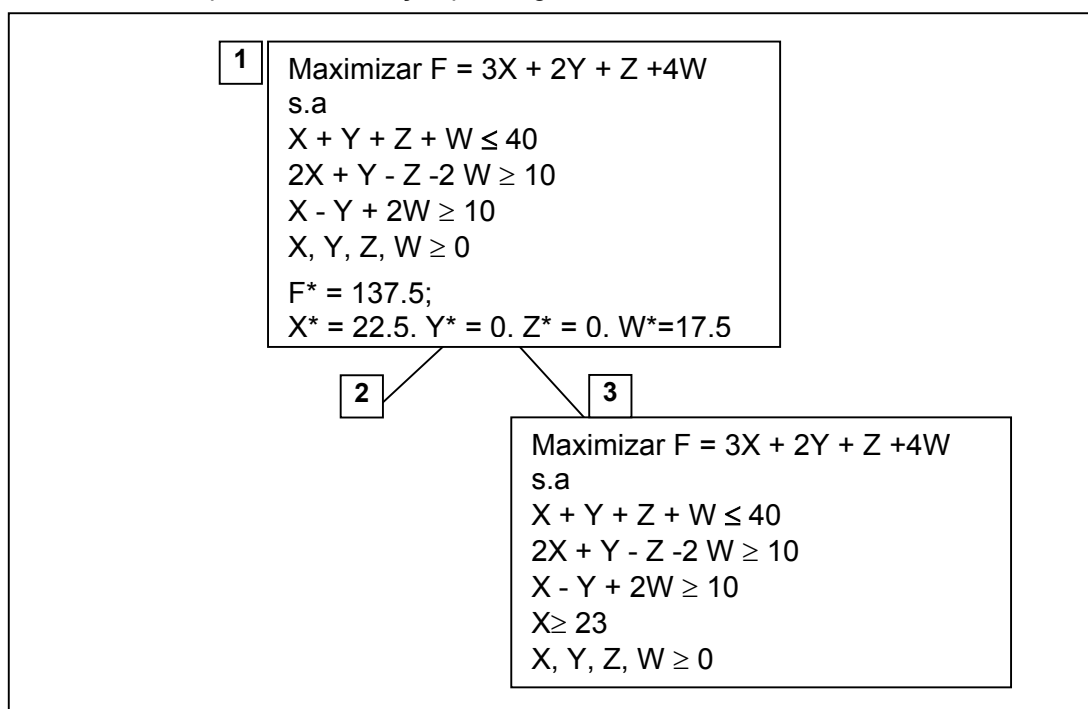
$$X + Y + Z + W \leq 40$$

$$2X + Y - Z - 2W \geq 10$$

$$X - Y + 2W \geq 10$$

$$X, Y, Z, W \geq 0 \text{ e inteiras}$$

e o início da correspondente resolução pelo Algoritmo Branch and Bound:



Sendo F_i a variável de folga da i -ésima restrição, considere o Quadro do Simplex óptimo da correspondente relaxação linear:

Prob. 1	X	Y	Z	W	F1	F2	F3	TI
F3	0	9/4	7/4	0	6/4	1/4	1	190/4
X	1	3/4	1/4	0	2/4	-1/4	0	90/4
W	0	1/4	3/4	1	2/4	1/4	0	70/4
F	0	5/4	11/4	0	14/4	1/4	0	550/4

Sabe-se que o problema de PLI possui uma única solução óptima.

- Determine a solução óptima do problema **3**, a partir do Quadro do Simplex fornecido.
- A que conclusões pode chegar face à resolução do problema **3**?
- Explicita o enunciado do problema **2** e resolva-o, se necessário. Justifique a sua opção.

Rui Costa, 2011